

№5 Лекция

Телекоммуникациялық технологиялардағы информация және энтропия

Информация түсінігі, информациялық энтропия. Байланыс каналындағы информацияның жоғалуы. Байланыс каналдарының өткізу қабілеті. Шеннон формуласы.

1. Энтропия және информация

Информация түсінігі алғашқы түсінік болып табылады, сондықтан оның анықтамасы дәл болмайды. Тек оның қасиетін ғана айтуға болады.

Информация алынған мәлімдеменің (сигналдың) мағынасын түсіндіреді, оның түсінігін, оған деген реакция нәтижесін көрсетеді. Кез келген мәлімдеме қандай да бір физикалық жүйенің мәліметтер жиынын көрсетеді. Физикалық жүйенің күйі алдын ала белгілі болған жағдайда мәліметті жіберудің мағынасы болмайтын еді. Мәліметтің мағынасы тек жүйенің күйі алдын ала белгісіз, яғни кездейсоқ болған жағдайда болады. Жүйенің анықталмағандық дәрежесі оның мүмкін күйлерінің санымен және осы мәліметтердің пайда болу ықтималдылығымен анықталады.

Информация мөлшерін ғайып болған анықталмағандықтың шамасымен өлшеген ыңғайлы. Сигнал көзі әрқайсысы M күйлердің бірінде бола алатындай N элементтерден тұрсын делік. Онда әртүрлі мәлімдеменің саны

$$L = M^N. \quad (1)$$

Бірақ бұл теңдеу L үшін осындай түрде информация мөлшері ретінде таңдала алмайды: $L=1$ жағдайы үшін ($N=0$) информацияның жоқтығы сәйкес келеді, аддитивтік шартын қанағаттандырмайды, яғни жалпы информация мөлшері әртүрлі тәуелсіз көздерден алынған информацияның қосындысымен анықталмайды. Сондықтан информация мөлшерінің бірлігі ретінде Хартли – Шеннон өлшемі қабылданады:

$$I = \log_b L = \log_b M^N = N \log_b M = -N \log_b P, \quad (2)$$

мұнда $P=1/M$ – бірдей M күйлердің байқалуының ықтималдылығы.

Логарифм негізінің b әртүрлі мәні үшін информацияның әртүрлі өлшем бірлігін аламыз: бит – $b=2$, байт – $b=8$, нат – $b=e$, дит – $b=10$.

Егер әрбір күйдің ықтималдылығы әртүрлі болса, онда информацияның орташа мәнін қолдану керек $\langle I \rangle = S$:

$$S = -\frac{N}{N} \sum_i P_i \log_b P_i = -\sum_i P_i \log_b P_i. \quad (3)$$

S шамасы информациялық энтропия деп аталады. Егер $b=e=2.72$; $P_i = 1/M$ деп қабылдасақ (3) тен түр жағынан Больцманның физикалық энтропиясына ұқсас формуланы аламыз:

$$S = k \ln M, \quad k = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/град}, \quad (4)$$

мұнда M - термодинамикалық ықтималдылық. Физикалық және информациялық энтропиялар бір - бірімен байланысты. Бір бит информацияны алу арқылы жойылған энтропияның бағасын аламыз:

$$1 \text{ бит} = k \ln 2 = 0.97 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/град.} \quad (5)$$

Информацияның және энтропияның мөлшерлік теңдігі бұл түсініктердің тепе- теңдігін білдірмейді. Тұйықталған жүйелер үшін физикалық және термодинамикалық энтропиялар уақыт бойынша өседі, ал информациялық энтропия уақыт бойынша өспей, кез келген жүйелер үшін кемуі мүмкін.

2. Статистикалық тәуелді сигналдардың шартты энтропиясы

Телекоммуникация есептерінде тәуелді сигналдар беретін бірнеше көздердің бар екендігін ескеру қажет. Элементтерінің ықтималдылықтары $P(x_i)$, $P(y_i)$ болатын, екі тәуелді сигнал көздерін қарастырайық: $\{x_1, \dots, x_i, \dots, x_M\}$, $Y = \{y_1, \dots, y_i, \dots, y_M\}$.

Көз x_k күйінде тұр деген шартта Y көздің дербес шартты энтропиясы $S(Y/x_k)$:

$$S(Y/x_k) = - \sum_{j=1}^N P(y_j/x_k) \ln P(y_j/x_k). \quad (6)$$

Y көздің толық шартты энтропиясы:

$$\begin{aligned} S(Y/X) &= - \sum_{k=1}^M P(x_k) S(Y/x_k) = \\ &= - \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^N P(x_k) P(y_j/x_k) \ln P(y_j/x_k) = \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^N P(x_k, y_j) \ln P(y_j/x_k). \end{aligned} \quad (7)$$

Егер X және Y қатаң (детерминдік) байланысса, онда $S(Y/X)=0$. Бұл $P(y_j/x_k) = 0$, немесе $P(y_j/x_k) = 1$ болғандықтан шығады.

Тәуелді сигналдардың бірігуі үшін мынадай теңдіктердің орын алатындығына көз жеткізуге болады

$$S(Y, X) = S(X) + S(Y/X), \quad (8)$$

$$S(Y, X) = S(X, Y). \quad (9)$$

3. Байланыс каналдарында информацияның жоғалуы

Бақылауға мүмкін болмайтын X сигналдар жиынының энтропиясының өзгерісін анықтау қажет, ал бақыланатыны Y болып табылады, ол X пен байланысты. Мұндай жағдайлар, мысалы X - ке шуылдың әсері кезінде орын алуы мүмкін.

X - тен Y - ке берілген информация $S(X)$ бастапқы анықталмағандықтан соңғы $S(X/Y)$ анықталмағандықтың айырымына тең:

$$I(X \rightarrow Y) = S(X) - S(X/Y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M P(x_i, y_j) \ln \frac{P(x_i)}{P(x_i/y_j)}. \quad (10)$$

Егер көз, қабылдағыш, байланыс каналы $\rho(X)$, $\rho(X/Y)$, үздіксіз ықтималдылық тығыздығы функциясымен сипатталса, онда (10) формула мынадай түрде болады

$$I(X \rightarrow Y) = \int \int \rho(X, Y) \ln \frac{\rho(X)}{\rho(X/Y)} dX dY. \quad (11)$$

Өзіндік жұмыс тақырыптары

1. Әлеуметтік, кибернетикалық, биологиялық информацияның жалпы қасиеттері.
2. Шартты энтропияның қасиеттерін дәлелдеу.
3. Берілген бұтақтарының ықтималдылығы берілген талдың иерархиялық деңгейлерінің энтропиясы.

Әдебиет ()